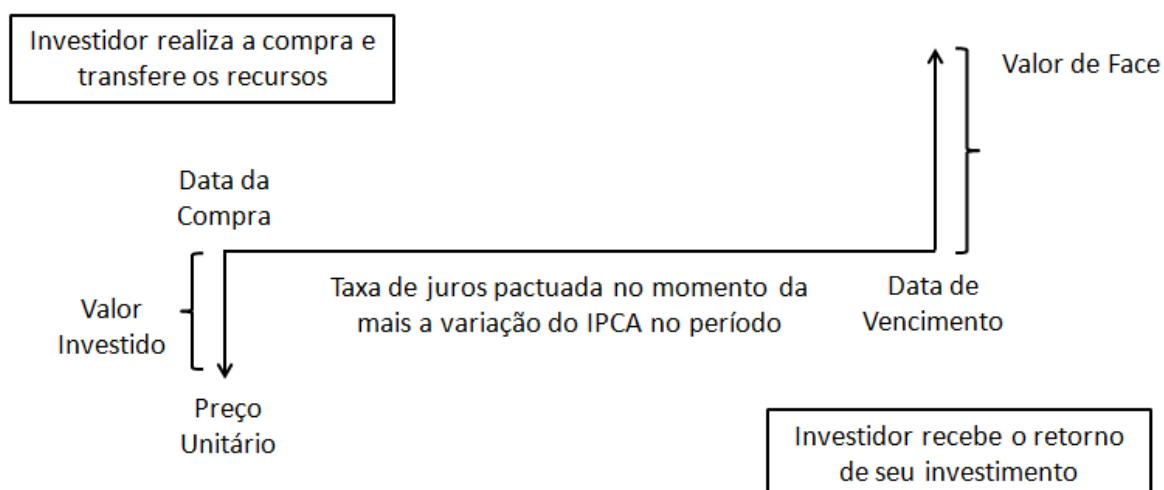


Cálculo da Rentabilidade dos Títulos Públicos ofertados no Tesouro Direto

Tesouro IPCA⁺ (NTN-B Principal)

O Tesouro IPCA⁺ (NTN-B Principal) é um título pós-fixado, cuja rentabilidade é composta por uma taxa anual pactuada no momento da compra mais a variação do IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo), índice de inflação oficial do governo brasileiro, calculado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). Esse título não possui fluxos periódicos de pagamento ao investidor (cupom semestral de juros). A figura abaixo ilustra o fluxo de pagamentos do Tesouro IPCA⁺ (NTN-B Principal):



Sua rentabilidade é dada pela taxa anual de juros, que determina sua cotação, mais a variação do indexador até o vencimento, que altera o valor de seu VNA (Valor Nominal Atualizado). É um título escritural, nominativo e negociável. Na data de vencimento do título ocorre o resgate do principal investido, corrigido tanto pela taxa pactuada no momento da compra quanto pela variação do IPCA no período.

Ainda em relação ao seu VNA, sua data-base é 15/07/2000, quando seu valor, por definição, foi estabelecido em R\$ 1.000,00. Desde então, mensalmente tal valor é atualizado pela variação mensal do IPCA, divulgada entre os dias 10 e 15 de cada mês pelo IBGE.

O exemplo a seguir ilustra a compra de um título, cujas principais características e metodologia de cálculo do preço são demonstradas na sequência:

Exemplo:

Título: Tesouro IPCA ⁺ 2015 (NTN-B Principal)	Data de vencimento: 15/05/2015
Data da compra: 02/01/2012 (liquidação ¹ em 03/01/2012)	Dias úteis² entre a data da liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive): 846
Quantidade adquirida: 1,0 título	Taxa Pactuada: 5,17% a.a.
VNA na data-base: R\$ 1.000,00	Preço do título na data da compra: R\$ 1.776,77 (a saber)
VNA até novembro/2011: R\$ 2.097,583332	IPCA projetado para dezembro/2011: 0,53%

Metodologia de Cálculo do Preço:

O preço (Preço Unitário ou PU) do Tesouro IPCA⁺ (NTN-B Principal), assim como de qualquer outro título pós-fixado negociado no Tesouro Direto, é dado pela equação:

$$Preço = VNA^{proj} * \left[\frac{Cotação}{100} \right]$$

O VNA deve ser o projetado para o dia da liquidação da compra, dado que o indexador ao qual o papel está vinculado somente é conhecido *ex post*, sendo necessário, desta forma, fazer sua projeção ou utilizar uma calculada pelo mercado. Mas antes de projetá-lo, deve-se apurar sua variação até o mês anterior ao da liquidação da operação, que, por sua vez, já é conhecido:

$$VNA = R\$ 1.000,00 * \text{fator de variação do IPCA entre 15/07/2000 e o dia 15 do mês anterior}$$

Para se chegar ao fator de variação do IPCA entre o dia 15/07/2000 e o dia 15/12/2012 (IPCA de novembro/2012), no caso do exemplo, basta dividir os respectivos números-índice da série disponibilizada pelo IBGE e no endereço: http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/defaulttab.shtm

$$\text{Núm. Ind. IPCA 15/jul/2013} = 1.614,62$$

$$\text{Núm. Ind. IPCA 15/dez/2011} = 3.386,80$$

$$\text{fator} = \frac{3.386,80}{1.614,62}$$

$$\text{fator} = 2,097583332$$

Retomando ao VNA:

$$VNA = R\$ 1.000,00 * \text{fator de variação do IPCA entre 15/07/2000 e o dia 15 do mês anterior}$$

$$VNA = R\$ 1.000,00 * 2,0975833320$$

¹ A liquidação de uma operação é a última etapa do processo de compra e venda de ativos ou valores mobiliários, na qual se dá a transferência da propriedade do ativo e o pagamento/recebimento do montante financeiro envolvido. O rendimento da aplicação inicia-se na data de liquidação da compra.

² É possível calcular o número de dias úteis entre duas datas no Excel, utilizando a função DIATRABALHOTOTAL. Os argumentos da função devem ser: (data de liquidação; data de vencimento-1; feriados). Na página da Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro (Andima), www.andima.com.br, encontra-se disponível para download uma planilha com os feriados até 2078.

$$VNA = R\$ 2.097,58333230$$

Como a regra de truncamento³ do VNA é na sexta casa, tem-se:

$$VNA = R\$ 2.097,583332$$

Voltando à projeção, à época, não se sabia qual seria o IPCA de dezembro/2012, mas o mercado possuía uma projeção (0,53%), que foi utilizada na precificação:

$$VNA^{proj} = VNA * (1 + IPCA_{projetado})^x$$

Cabe ressaltar que, por meio da opção “BALANÇO E ESTATÍSTICAS” do site do Tesouro Direto, pode-se obter a série histórica do VNA do Tesouro IPCA⁺ (NTN-B Principal):

O expoente da equação “x” nada mais é do que a razão entre o número de dias corridos entre a data de liquidação e o dia 15 do mês em questão e o número de dias corridos entre o dia 15 do mês seguinte e o dia 15 do mês em questão. Ou seja:

$$x = \frac{n^{\circ} \text{ de dias corridos entre a data de liquidação e dia 15 do mês atual}}{n^{\circ} \text{ de dias corridos entre o dia 15 do mês seguinte e o dia 15 do mês atual}}$$

$$x = \frac{n^{\circ} \text{ de dias corridos entre 03jan2012 e 15dez2011}}{n^{\circ} \text{ de dias corridos entre o dia 15jan2012 e 15dez2011}}$$

$$x = \frac{19}{31}$$

Retomando a equação:

$$VNA^{proj} = VNA * (1 + IPCA_{projetado})^x$$

$$VNA^{proj} = R\$ 2.097,583332 * (1 + 0,53)^{\frac{19}{31}}$$

$$VNA^{proj} = R\$ 2.104,390122$$

Agora deve-se obter a cotação do papel, que reflete o ágio ou o deságio do título, dada pela seguinte relação:

$$Cotação = \frac{100}{(1 + TAXA)^{\frac{du}{252}}}$$

A taxa da equação é a mesma da pactuada na compra do papel, no caso, 5,17% aa. Então:

$$Cotação = \frac{100}{(1 + 5,17\%)^{\frac{846}{252}}}$$

³ Truncar significa interromper um número a partir de certo ponto, sem arredondamento. O Excel possui uma função, chamada TRUNCAR, onde é possível truncar a parte inteira ou a parte fracionária de um número.

$$Cotação = 84,431761$$

Cabe ressaltar que as cotações dos títulos negociados no Tesouro Direto são truncadas na segunda casa decimal. Desta forma:

$$Cotação = 84,4317$$

Retomando a equação original do preço do papel, tem-se:

$$Preço = VNA^{proj} * \left[\frac{Cotação}{100} \right]$$

$$Preço = R\$ 2.104,390122 * \left[\frac{84,4317}{100} \right]$$

$$Preço = R\$ 1.776,7723$$

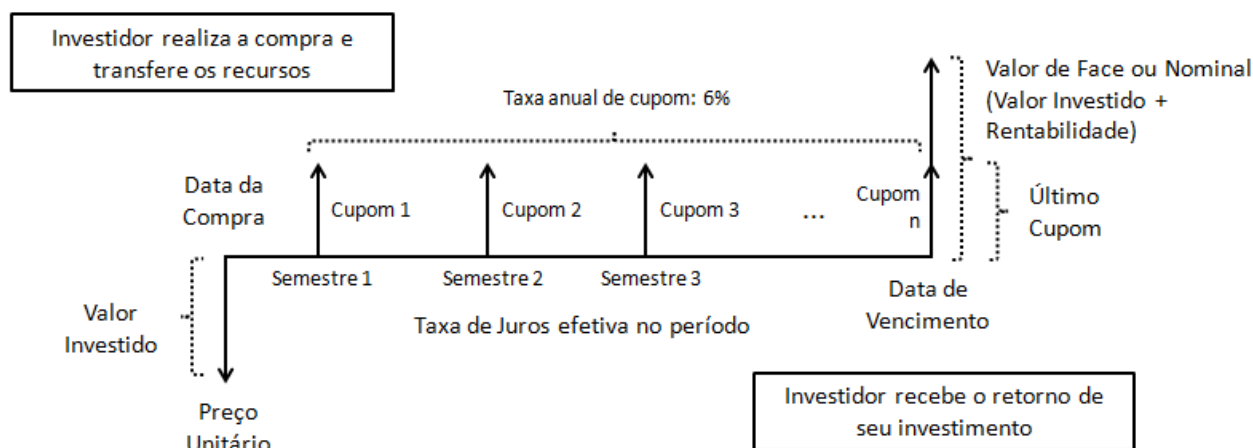
Cabe ressaltar que os Preços dos títulos negociados no Tesouro Direto são truncados na segunda casa decimal. Então:

$$Preço = R\$ 1.776,77$$

Cálculo da Rentabilidade dos Títulos Públicos ofertados no Tesouro Direto

Tesouro IPCA⁺ com Juros Semestrais – NTN-B

O Tesouro IPCA⁺ com Juros Semestrais (NTN-B) é um título pós-fixado, cuja rentabilidade é composta por uma taxa anual pactuada no momento da compra mais a variação do IPCA, índice de inflação oficial do governo brasileiro, calculado pelo IBGE. Possui fluxos periódicos de pagamento ao investidor (cupom semestral de juros), a uma taxa de 6% aa, pagos semestralmente. A rentabilidade é dada pela taxa anual de juros mais a variação do indexador até o vencimento. A figura abaixo ilustra o fluxo de pagamentos do Tesouro IPCA⁺ com Juros Semestrais (NTN-B):



É um título escritural, nominativo e negociável. Na data de vencimento do título ocorre o resgate do principal investido, corrigido tanto pela taxa pactuada no momento da compra quanto pela variação do IPCA no período.

Sua rentabilidade é dada pela taxa anual de juros, que determina sua cotação, mais a variação do indexador até o vencimento, que altera o valor de seu VNA (Valor Nominal Atualizado). Além disso, semestralmente são pagos os cupons de juros, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber. O primeiro cupom a ser pago contemplará a taxa integral definida para seis meses, independente da data de liquidação da compra.

Ainda em relação ao seu VNA, sua data-base é 15/07/2000, quando seu valor, por definição, foi estabelecido em R\$ 1.000,00. Desde então, mensalmente tal valor é atualizado pela variação mensal do IPCA, divulgada entre os dias 10 e 15 de cada mês pelo IBGE.

O exemplo a seguir ilustra a compra de um título, cujas principais características e metodologia de cálculo do preço são demonstradas na sequência:

Exemplo:

Título: Tesouro IPCA ⁺ com Juros Semestrais 2017 (NTN-B)	Data de vencimento: 15/05/2017
Data da compra: 02/01/2012 (liquidação ⁴ em 03/01/2012)	Dias úteis⁵ entre a data da liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive): 1.347
Quantidade adquirida: 1,0 título	Taxa Pactuada: 5,32% a.a.
VNA na data-base: R\$ 1.000,00	Preço do título na data da compra: R\$ 2.187,17 (a saber)
VNA até novembro/2011: R\$ 2.097,583332	IPCA projetado para dezembro/2011: 0,53%

Metodologia de Cálculo do Preço:

O preço (Preço Unitário ou PU) do Tesouro IPCA⁺ com Juros Semestrais (NTN-B), assim como de qualquer outro título pós-fixado negociado no Tesouro Direto, é dado pela equação:

$$\text{Preço} = \text{VNA}^{\text{proj}} * \text{Cotação } \%$$

O VNA deve ser o projetado para o dia da liquidação da compra, dado que o indexador ao qual o papel está vinculado somente é conhecido *ex post*, sendo necessário, desta forma, fazer sua projeção ou utilizar uma calculada pelo mercado. Mas antes de projetá-lo, deve-se apurar sua variação até o mês anterior ao da liquidação da operação, que, por sua vez, já é conhecido:

$$\text{VNA} = \text{R\$ } 1.000,00 * \text{fator de variação do IPCA entre 15/07/2000 e o dia 15 do mês anterior}$$

Para se chegar ao fator de variação do IPCA entre o dia 15/07/2000 e o dia 15/12/2012 (IPCA de novembro/2012), no caso do exemplo, basta dividir os respectivos números-índices da série disponibilizada pelo IBGE e no endereço: http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/defaulttab.shtm

$$\text{Núm. Ind. IPCA 15/jun/2000} = 1.614,62$$

$$\text{Núm. Ind. IPCA 15/dez/2011} = 3.386,80$$

$$\text{fator} = \frac{3.386,80}{1.614,62}$$

$$\text{fator} = 2,097583332$$

Retomando ao VNA:

$$\text{VNA} = \text{R\$ } 1.000,00 * \text{fator de variação do IPCA entre 15/07/2000 e o dia 15 do mês anterior}$$

$$\text{VNA} = \text{R\$ } 1.000,00 * 2,09758333230$$

$$\text{VNA} = \text{R\$ } 2.097,58333230$$

⁴ A liquidação de uma operação é a última etapa do processo de compra e venda de ativos ou valores mobiliários, na qual se dá a transferência da propriedade do ativo e o pagamento/recebimento do montante financeiro envolvido. O rendimento da aplicação inicia-se na data de liquidação da compra.

⁵ É possível calcular o número de dias úteis entre duas datas no Excel, utilizando a função DIATRABALHOTOTAL. Os argumentos da função devem ser: (data de liquidação; data de vencimento-1; feriados). Na página da Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro (Andima), www.andima.com.br, encontra-se disponível para download uma planilha com os feriados até 2078.

Como a regra de truncamento⁶ do VNA é na sexta casa, tem-se:

$$VNA = R\$ 2.097,583332$$

Voltando à projeção, à época, não se sabia qual seria o IPCA de dezembro/2012, mas o mercado possuía uma projeção (0,53%), que foi utilizada na precificação:

$$VNA^{proj} = VNA * (1 + IPCA_{projetado})^x$$

Cabe ressaltar que, por meio da opção “BALANÇO E ESTATÍSTICAS” do site do Tesouro Direto, pode-se obter a série histórica do VNA do Tesouro IPCA⁺ com Juros Semestrais (NTN-B):

O expoente da equação “x” nada mais é do que a razão entre o número de dias corridos entre a data de liquidação e o dia 15 do mês em questão e o número de dias corridos entre o dia 15 do mês seguinte e o dia 15 do mês em questão. Ou seja:

$$x = \frac{\text{n}^\circ \text{ de dias corridos entre a data de liquidação e dia 15 do mês atual}}{\text{n}^\circ \text{ de dias corridos entre o dia 15 do mês seguinte e o dia 15 do mês atual}}$$

$$x = \frac{\text{n}^\circ \text{ de dias corridos entre 03jan2012 e 15dez2011}}{\text{n}^\circ \text{ de dias corridos entre o dia 15jan2012 e 15dez2011}}$$

$$x = \frac{19}{31}$$

Retomando a equação:

$$VNA^{proj} = VNA * (1 + IPCA_{projetado})^x$$

$$VNA^{proj} = R\$ 2.097,583332 * (1 + 0,53\%)^{\frac{19}{31}}$$

$$VNA^{proj} = R\$ 2.104,390122$$

Agora deve-se obter a **cotação** do papel, que reflete o ágio ou o deságio do título, dada pela seguinte relação:

$$Cotação = \left[\frac{(1 + Cupom)^{0,5} - 1}{(1 + TIR)^{\frac{DU1}{252}}} \right] + \left[\frac{(1 + Cupom)^{0,5} - 1}{(1 + TIR)^{\frac{DU2}{252}}} \right] + \dots$$

$$+ \left[\frac{(1 + Cupom)^{0,5} - 1}{(1 + TIR)^{\frac{DUn}{252}}} \right] + \left[\frac{1}{(1 + TIR)^{\frac{DUn}{252}}} \right]$$

⁶ Truncar significa interromper um número a partir de certo ponto, sem arredondamento. O Excel possui uma função, chamada TRUNCAR, onde é possível truncar a parte inteira ou a parte fracionária de um número.

A taxa anual de cupom é 6%. Já a TIR da equação é a taxa pactuada no momento da compra do papel, no caso, 5,32% aa. Então:

$$Cotação = \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{DU1}{252}}} \right] + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{DU2}{252}}} \right] + \dots + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{DU_n}{252}}} \right] + \left[\frac{1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{DU_n}{252}}} \right]$$

As variáveis “DUn” se referem aos dias úteis entre a data de liquidação e a do pagamento do n-ésimo cupom. Ex.: DU1 são os dias úteis entre a liquidação da compra e o pagamento do primeiro cupom; DU4 são os dias úteis entre a liquidação da compra e o pagamento do quarto cupom e assim sucessivamente, até o vencimento. Para ilustrar melhor, segue a análise abaixo:

Evento	Datas	Dias Úteis	Dias Úteis/252	Fluxos
Liquidação	03/01/2012	-	-	-
1º Cupom	15/05/2012	91	0,361111111111111	0,029563
2º Cupom	15/11/2012	219	0,86904761904761	0,029563
3º Cupom	15/05/2013	341	1,3531746031746	0,029563
4º Cupom	15/11/2013	472	1,87301587301587	0,029563
5º Cupom	15/05/2014	593	2,3531746031746	0,029563
6º Cupom	15/11/2014	724	2,87301587301587	0,029563
7º Cupom	15/05/2015	846	3,35714285714286	0,029563
8º Cupom	15/11/2015	973	3,86111111111111	0,029563
9º Cupom	15/05/2016	1.097	4,3531746031746	0,029563
10º Cupom	15/11/2016	1.224	4,85714285714286	0,029563
11º Cupom	15/05/2017	1.347	5,34523809523809	0,029563
Resgate	15/05/2017	1.347	5,34523809523809	1,000000

$$Cotação = \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{91}{252}}} \right] + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{219}{252}}} \right] + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{341}{252}}} \right] + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{472}{252}}} \right] +$$

$$+ \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{593}{252}}} \right] + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{724}{252}}} \right] + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{846}{252}}} \right] + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{973}{252}}} \right]$$

$$+ \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{1.097}{252}}} \right] + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{1.224}{252}}} \right] + \left[\frac{(1,06)^{0,5} - 1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{1.347}{252}}} \right] + \left[\frac{1}{(1 + 5,32\%)^{\frac{1.347}{252}}} \right]$$

$$Cotação = 1,03933962$$

$$Cotação\% = 103,933962\%$$

Cabe ressaltar que as cotações dos títulos negociados no Tesouro Direto são truncadas na quarta casa decimal. Desta forma:

$$Cotação\% = 103,9339\%$$

Retomando a equação original do preço do papel, tem-se:

$$Preço = VNA^{proj} * Cotação \%$$

$$Preço = R\$ 2.104,390122 * 103,9339\%$$

$$Preço = R\$ 2.187,1747225$$

Cabe ressaltar que os Preços dos títulos negociados no Tesouro Direto são truncados na segunda casa decimal. Então:

$$Preço = R\$ 2.187,17$$

Cálculo do Cupom de Juros:

O cupom de juros do Tesouro IPCA⁺ com Juros Semestrais (NTN-B) é calculado com base no VNA do título na data de pagamento. Como a taxa anual do cupom é de 6% e o pagamento é semestral, deve-se encontrar a taxa ao semestre.

$$(1 + taxa\ anual) = (1 + taxa\ semestral)^2$$

$$taxa\ semestral = (1 + taxa\ anual)^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$taxa\ semestral = (1 + 0,06)^{\left(\frac{1}{2}\right)} - 1$$

$$taxa\ semestral = 0,029563\ ou\ 2,9563\%$$

No mesmo exemplo, para se obter o montante recebido no primeiro cupom (15/05/2012), sabendo-se que o VNA do dia foi de R\$ 2.147,539359 (variação dos números-índices do IPCA entre 15/julho/2000 e 15/maio/2012) e que o truncamento é na segunda casa:

$$Cupom = R\$ 2.147,539359 * (0,029563)$$

$$Cupom = R\$ 63,48$$